

$$F(y + i^*x - i^*y) = 0$$

apparterrei ad uno dei sistemi cercati. Variando in tutti i modi possibili la forma della funzione arbitraria A , si otterranno tutti i sistemi dotati della proprietà in discorso.

Tale è la soluzione generale. Nondimeno è chiaro che, se i sistemi così ottenuti dovranno rappresentare curve a rami reali, bisognerà introdurre le opportune limitazioni nella scelta della funzione A , e dovranno rigettarsi alcune forme di essa che pure avrebbero soddisfatto alla condizione unica cui, dal punto di vista analitico, è essenzialmente vincolata la natura di tal funzione.

Per fare un esempio, mi limiterò al caso semplicissimo in cui A sia una costante assoluta, che terrò ancora rappresentata con A .

In questo caso l'equazione (15), ossia la

integrata da

$$v^2 - A u^2 = \text{cost.}$$

Perché quest'equazione rappresenti sistemi di curve a rami reali fa d'uopo, per es-

sere u e v immaginari coniugati, che A sia della forma $-b^2$ o $-b^2 i^2$ (3° caso). epperò supposto

$A = -b^2$, l'equazione precedente diverrà

$$v^2 - b^2 u^2 = \text{cost.}$$

Ma poiché, facendo ruotare il sistema per un angolo α , le u e v si cambiano in

$u' = u \cos \alpha - v \sin \alpha$, $v' = u \sin \alpha + v \cos \alpha$, è chiaro che dopo tale rotazione il sistema sarà rappresentato semplicemente dalla equazione:

$$v'^2 - b^2 u'^2 = \text{cost.},$$

ossia dalla

$$(i) \quad (y + i x)^2 + (y - i x)^2 = \text{cost.},$$

la quale potrà assumersi, senza scapito di generalità, in luogo della precedente, come corrispondente al caso particolarissimo in cui al posto della funzione arbitraria si assuma una costante assoluta.

Se in quest'ultima equazione si cambia A in $-A$, si avrà un altro sistema di curve

$$(ii) \quad (y + i x)^2 - (y - i x)^2 = \text{cost.},$$